Основы символического метода расчета цепей синусоидального тока.

Расчет линейных электрических цепей синусоидального тока может быть основан на законах Кирхгофа. Рассмотрим цепь с последовательно соединенными участками R, L и C.

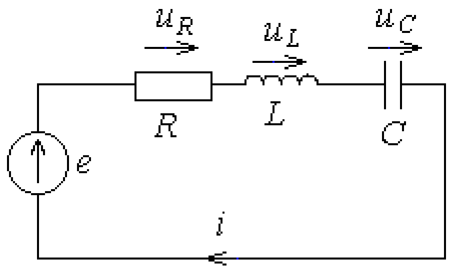

рис. 2.2

По второму закону Кирхгофа имеем

$$e = u_R + u_L + u_C = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t idt + u_C(0) \qquad (2.8)$$

Таким образом, рассчитать данную цепь, значит, решить уравнение (2.8). Следовательно, расчет цепей синусоидального тока сводится к решению дифференциальных уравнений.

Во многих случаях расчет цепей такого рода способами, может оказаться громоздким. Кроме того, для сложных схем имеющих разветвления, вычисление, например, по первому закону Кирхгофа некоторого тока по другим уже найденным токам, сходящимся к данному узлу цепи, или вычисление по второму закону Кирхгофа падения напряжения на некотором участке по уже найденным падениям напряжения на других участках контура и ЭДС, входящим в данный контур цепи, требуют суммирования синусоидальных токов и напряжений и ЭДС. Однако эта операция связана с громоздкими и трудоемкими вычислениями.

Существенное упрощение достигается изображением синусоидальных функций времени комплексными числами $\dot{A}$. Каждое комплексное число содержит в себе две величины – модуль А и аргумент ψ_Aпри показательной форме записи

$$\dot{A} = e^{j\psi_A} \qquad (2.9)$$

где $j = \sqrt{-1}$ и e - основание натуральных логарифмов.

Комплексное число $\dot{A}$можно представить на комплексной плоскости точкой или вектором.

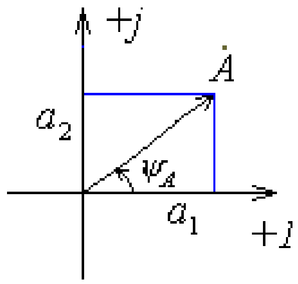

рис.2.3

где $a_1 = A\cos\psi_A = \mathrm{Re}(\dot{A})$ вещественная и

$a_2 = A\sin\psi_A = \mathrm{Im}(\dot{A})$ мнимая составляющие комплексного числа $\dot{A}$ при алгебраической и тригонометрической формах записи

$$\dot{A} = a_1 + ja_2 = A\cos\psi_A + jA\sin\psi_A \qquad (2.10)$$

Согласно рис.2.3 модуль и аргумент определяются по следующим равенствам

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} \qquad (2.11)$$

$$\psi_A = arctg\left(\frac{a_2}{a_1}\right) \qquad (2.12)$$

Отсчет аргумента производится от действительной оси (+1)

Если $\psi_A > 0$, то отсчет ведется против часовой стрелки,

Если $\psi_i < 0$ – наоборот.

Пусть имеется синусоидально изменяющийся ток

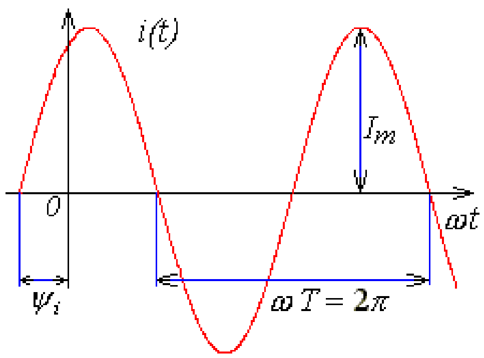

рис. 2.4

Мгновенное значение силы тока

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = \frac{1}{2j}\left[I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} - I_m e^{-j(\omega t + \psi_i)}\right] =$$
$$= \mathrm{Im}\left[I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}\right] \qquad (2.13)$$

Комплексное число $I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = I_m e^{j\psi_i} e^{j\omega t} = \dot{I}_m e^{j\omega t}$ и будем рассматривать как символическое изображение действительного синусоидального тока $i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$.

Комплексное число $I_m e^{j\psi_i}$ называют комплексной амплитудой тока. Вводя знак изображения $\div$, будем писать

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \div I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = \dot{I}_m e^{j\omega t} \qquad (2.14)$$

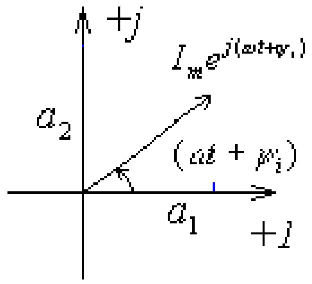

рис.2.5

Таким образом, для перехода от действительной синусоидальной функции (оригинала) к ее изображению необходимо модуль последней взять равным амплитуде синусоидальной функции, а аргумент взять равным аргументу синусоидальной функции. Для обратного перехода от изображения к оригиналу, необходимо взять коэффициент при j мнимой части комплексного числа.

$$I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = I_m \cos(\omega t + \psi_i) + jI_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$i(t) = \mathrm{Im}(I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

При *t = 0* изображение на комплексной плоскости примет вид

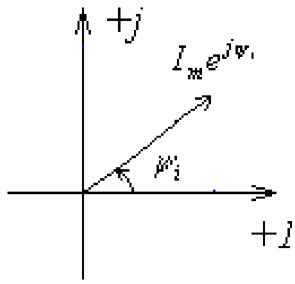

рис.2.6

Кроме того, принято рассматривать комплексное действующее значение – комплекс.

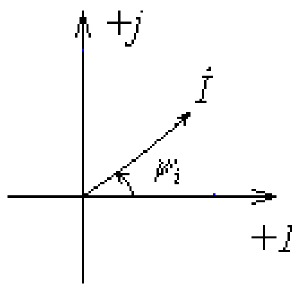

рис.2.7

$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} e^{j\psi_i} \qquad (2.15)$$

Длина вектора $\dot{I}$ (рис.2.7) в $\sqrt{2}$ раз меньше длины вектора $\dot{I}_m$

Аналогично изображаются синусоидальные функции ЭДС *e(t)* и напряжения *u(t)*

Синусоидальная функция времени (оригинал)				Комплексные числа (изображение)		
Мгновенное значение	Ампли-туда	Действ. знач.	Нач. фаза	Изображение Мгновенного значения	Комплексная амплитуда	Комплексное действующее значение
$e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$	E_m	E	ψ_e	$E_m e^{j(\omega t + \psi_e)}$	$\dot{E}_m = E_m e^{j\psi_e}$	$\dot{E} = Ee^{j\psi_e}$
$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$	U_m	U	ψ_u	$U_m e^{j(\omega t + \psi_u)}$	$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}$	$\dot{U} = Ue^{j\psi_u}$