

Расчет установившихся процессов в линейных цепях синусоидального тока.

Исходные данные для расчета схемы рис. 2.1.
 $u(t) = 179.6 \sin(\omega t + 30^\circ)$ В,
 $f = 50$ Гц,
 $R_1 = 20$ Ом,
 $L_1 = 0.08$ Гн,
 $C_1 = 50$ мкФ,
 $C_2 = 100$ мкФ,
 $L_3 = 0.05$ Гн,

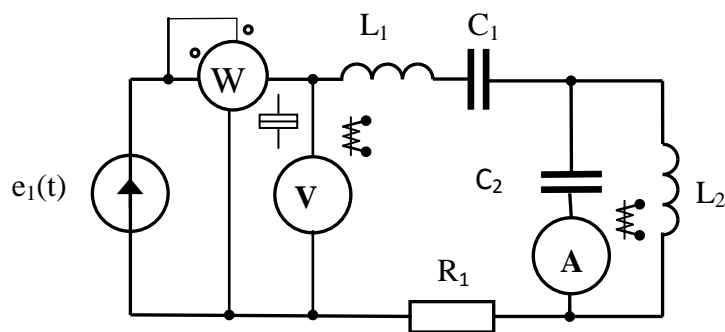


Рис . 2.1

Задание:

1. Составить системы уравнений по законам Кирхгофа для мгновенных значений и в символической форме.
2. Рассчитать комплексные значения токов в ветвях символическим методом.
3. Построить векторную диаграмму токов.
4. Составить баланс мощности
5. Записать выражения для мгновенных значений токов.
6. Определить показания приборов электромагнитной – ЭМС или электродинамической системы – ЭДС.

Решение

2.1. На рис 2.1 представлена исходная схема замещения цепи для мгновенных значений. На рис 2.2 - схема замещения той же цепи для расчёта токов и напряжений символическим методом с использованием комплексных чисел.

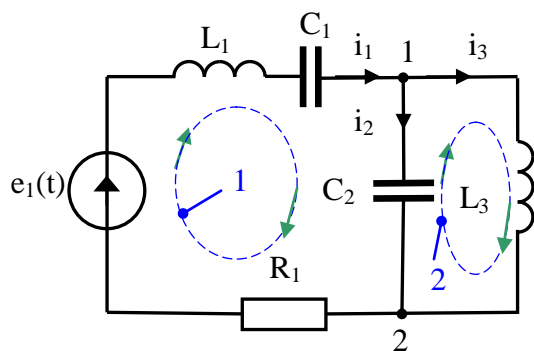


Рис . 2.1

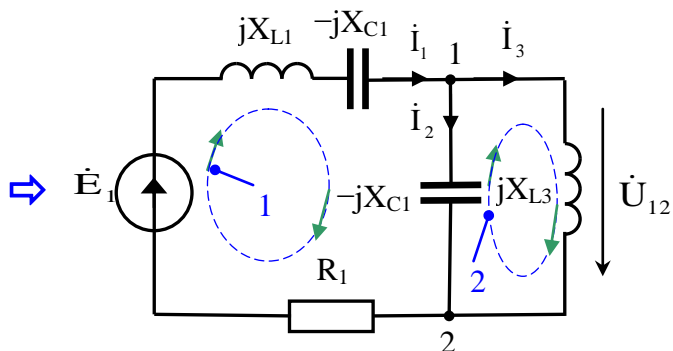


Рис . 2.2

Составить полные системы уравнений по законам Кирхгофа:

- для мгновенных значений, схема рис.2.1.
 - для узла 1 $i_1 - i_2 - i_3 = 0$;
 - для контура 1 $L_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{C_1} \int_0^t i_1 dt + \frac{1}{C_2} \int_0^t i_2 dt + i_1(t) R_1 = e_1(t)$;
 - для контура 2 $L_3 \frac{di_3}{dt} - \frac{1}{C_2} \int_0^t i_2 dt = 0$
- в символической форме, схема рис.2.2..
 - для узла 1 $\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0$
 - для контура 1 $\dot{I}_1(jX_{L1}) + \dot{I}_1(-jX_{C1}) + \dot{I}_2(-jX_{C2}) + \dot{I}_1(R_1) = \dot{E}_1$;
 - для контура 2 $\dot{I}_3(jX_{L3}) - \dot{I}_2(-jX_{C2}) = 0$.

2.2. Определяем параметры схемы замещения цепи в комплексной форме:

- Комплекс действующего значения ЭДС:

$$\dot{E}_1 = \frac{179.6}{\sqrt{2}} e^{j30} = 127 e^{j30} = 127 \angle 30^\circ = 110 + j63.5 \text{ В.}$$

- Угловая частота - $\omega = 2\pi f = 314$ рад/с.
- Реактивные сопротивления:

$$X_{L1} = \omega L_1 = 314 \times 0.08 = 25.1 \text{ Ом.} \quad X_{C1} = 1/\omega C_1 = 1/(314 \times 50 \times 10^{-6}) = 63.7 \text{ Ом.}$$

$$X_{L3} = \omega L_3 = 314 \times 0.05 = 15.7 \text{ Ом.} \quad X_{C2} = 1/\omega C_2 = 1/(314 \times 100 \times 10^{-6}) = 31.8 \text{ Ом.}$$

2.3 Рассчитываем токи по закону Ома в комплексном виде.

- Комплексное сопротивление параллельно соединённых сопротивлений индуктивности и ёмкости между узлами 1 и 2:

$$\underline{Z}_{12} = \frac{-jX_{C2} \times jX_{L3}}{-jX_{C2} + jX_{L3}} = \frac{-j31.8 \times j15.7}{-j31.8 + j15.7} = \frac{499.3}{-j16.1} = j31 \text{ Ом.}$$

- Эквивалентное сопротивление цепи относительно зажимов источника:

$$\underline{Z}_\Sigma = jX_{L1} - jX_{C1} + R_1 + \underline{Z}_{12} = j25.1 - j63.7 + 20 = 20 - j7.52 \text{ Ом.}$$

- Комплекс действующего значения тока в первой ветви:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{\underline{Z}_\Sigma} = \frac{110 + j63.5}{20 - j7.52} = 3.773 + j4.593 = 5.94 \angle 50.6^\circ \text{ А.}$$

- Комплекс действующего значения напряжения между узлами 1 и 2 цепи:

$$\dot{U}_{12} = \dot{I}_1 \underline{Z}_{12} = (3.773 + j4.593) (j31) = -142.44 + j117 = 184.3 \angle 140.6^\circ \text{ В.}$$

- Комплекс действующего значения тока во второй ветви:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{12}}{-jX_{C2}} = \frac{-142.44 + j117}{-j31.8} = -3.676 - j4.475 = 5.791 \angle -129.4^\circ \text{ А.}$$

- Комплекс действующего значения тока в третьей ветви:

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{12}}{jX_{L3}} = \frac{-142.44 + j117}{j15.7} = 7.448 - j9.07 = 11.74 \angle 50.6^\circ \text{ А.}$$

Запишем мгновенные значения токов (в синусоидальной форме):

$$i_1(t) = 5.94\sqrt{2} \sin(314t + 50.6^\circ) \text{ А;}$$

$$i_2(t) = 5.791\sqrt{2} \sin(314t - 129.4^\circ) \text{ А;}$$

$$i_3(t) = 11.74\sqrt{2} \sin(314t - 50.6^\circ) \text{ А.}$$

2.3 Векторная диаграмма токов.

- Задаём масштаб токов $m_i = 2 \text{ A/cm}$.
- В масштабе m_i от начала координат откладываем токи: $\dot{I}_1 = 5.94 \angle 50.6^\circ \text{ A}$; $\dot{I}_2 = 5.791 \angle -129.4^\circ \text{ A}$ и $\dot{I}_3 = 11.74 \angle 50.6^\circ \text{ A}$.
- На диаграмме (рис. 2.3) должен выполняться первый закон Кирхгофа в векторной форме: $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$

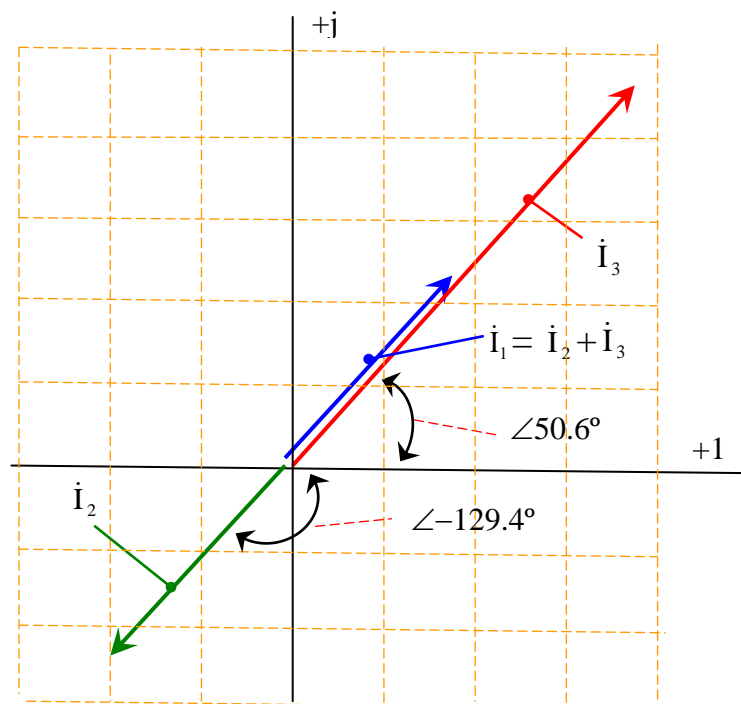


Рис. 2.3

4. Баланс мощности (рис. 5б),

$$\sum \tilde{S}_{\text{источников}} = \sum \tilde{S}_{\text{потребителей}}$$

$$\dot{E}_1 \dot{I}_1^* = I_1^2 (jX_{L1} - jX_{C1} + R_1) + jX_{L3} I_3^2 - jX_{C2} I_2^2 =$$

\dot{I}_1^* – сопряжённый комплекс тока к току \dot{I}_1

если $\dot{I}_1 = 5.94 \angle 50.6^\circ \text{ A}$, то $\dot{I}_1^* = 5.94 \angle -50.6^\circ \text{ A}$.

$$\sum \tilde{S}_{\text{источников}} = P_{\text{ист}} + jQ_{\text{ист}} = \dot{E}_1 \dot{I}_1^* = 127 \angle 30^\circ \cdot 5.94 \angle -50.6^\circ = 706.6 - j265.6.$$

$$\sum \tilde{S}_{\text{потребителей}} = P_{\text{потр}} + jQ_{\text{потр}} = I_1^2 (jX_{L1} - jX_{C1} + R_1) + I_2^2 (-jX_{C2}) + I_3^2 (jX_{L3}) =$$

$$(5.94)^2 (j25.1 - j63.7 + 20) + (5.791)^2 (-j31.8) + (11.74)^2 j15.7 = 706.6 - j265.6.$$

$$P_{\text{ист}} = P_{\text{потр}} = 706.6 \text{ Вт} \quad \text{и} \quad Q_{\text{ист}} = Q_{\text{потр}} = -265.6 \text{ ВАр.}$$

Полная мощность $S = E_1 I_1 = 1275.94 = 754.4 \text{ ВА}$.

5. Показание приборов (рис. 5б),

- амперметр показывает действующее значение тока: $I_A = I_2 = 5.79 \text{ A}$.
- вольтметр показывает действующее значение напряжения: $U_V = E_1 = 127 \text{ В}$.
- ваттметр показывает среднее за период значение подаваемой в цепь мгновенной мощности (активную мощность):

$$P_W = E_1 I_1 \cos(\varphi_e - \varphi_{I2}) = \text{Re}\{\dot{E}_1 \dot{I}_2^*\} = 2.64 \text{ Вт.}$$