



Число уравнений, составленных по методу узловых потенциалов, равно числу узлов без единицы ( $q - 1$ ).

Если в рассматриваемой схеме узел 4 мысленно заземлить, т. е. принять  $\varphi_4 = 0$ , то необходимо определить потенциалы трех узлов:  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ .

Запишем уравнение для 1-го узла (рис. 1.19):

$$\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right) \varphi_1 - \frac{1}{R_5} \varphi_2 - \frac{1}{R_3} \varphi_3 = -\frac{E_3}{R_3},$$

или

$$G_{11} \varphi_1 + G_{12} \varphi_2 + G_{13} \varphi_3 = J_{11},$$

где  $J_{11} = -\frac{E_3}{R_3} = -E_3 G_3$  – узловой ток узла 1, равный сумме произведений ЭДС ветвей,

подходящих к 1-му узлу, и проводимостей этих ветвей. При этом член суммы записывается со знаком «+», если соответствующая ЭДС направлена к 1-му узлу, в противном случае ставится знак «-». Если в подходящих к 1-му узлу ветвях содержатся источники тока, то знаки токов источников токов, входящих в узловой ток простыми слагаемыми, определяются аналогично;

$$G_{11} = G_1 + G_3 + G_5 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \text{ – собственная проводимость 1-го узла, равная}$$

сумме проводимостей ветвей, сходящихся в узле 1;

$$G_{12} = -G_5 = -\frac{1}{R_5} \text{ – общая проводимость между узлами 1 и 2, т. е. сумма}$$

проводимостей ветвей, соединяющих эти узлы;

$$G_{13} = -G_3 = -\frac{1}{R_3} \text{ – общая проводимость между узлами 1 и 3.}$$

Общие проводимости между узлами берутся со знаком «-».

Для 2-го и 3-го узлов уравнения будут иметь вид:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{R_5}\varphi_1 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right)\varphi_2 - \frac{1}{R_4}\varphi_3 &= \frac{E_2}{R_2}, \\ -\frac{1}{R_3}\varphi_1 - \frac{1}{R_4}\varphi_2 + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6}\right)\varphi_3 &= \frac{E_3}{R_3}. \end{aligned}$$

Или в общем виде система будет иметь вид:

$$\begin{cases} G_{11}\varphi_1 + G_{12}\varphi_2 + G_{13}\varphi_3 = J_{11}, \\ G_{21}\varphi_1 + G_{22}\varphi_2 + G_{23}\varphi_3 = J_{22}, \\ G_{31}\varphi_1 + G_{32}\varphi_2 + G_{33}\varphi_3 = J_{33}. \end{cases}$$

Подставляя численные значения, определим собственные и общие проводимости узлов.

$$G_{11} = G_1 + G_3 + G_5 = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = 0,1 + 0,1 + 0,2 = 0,4 \text{ См};$$

$$G_{22} = G_2 + G_4 + G_5 = \frac{1}{15} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = 0,067 + 0,1 + 0,2 = 0,37 \text{ См};$$

$$G_{33} = G_3 + G_4 + G_6 = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = 0,1 + 0,1 + 0,1 = 0,3 \text{ См};$$

$$G_{12} = G_{21} = -G_5 = -\frac{1}{5} = -0,2 \text{ См};$$

$$G_{13} = G_{31} = -G_3 = -\frac{1}{10} = -0,1 \text{ См};$$

$$G_{23} = G_{32} = -G_4 = -\frac{1}{10} = -0,1 \text{ См}.$$

Найдем значения узловых токов.

$$J_{11} = -\frac{E_3}{R_3} = -\frac{30}{10} = -3 \text{ А};$$

$$J_{22} = \frac{E_2}{R_2} = \frac{20}{15} = 1,33 \text{ А};$$

$$J_{33} = \frac{E_3}{R_3} = \frac{30}{10} = 3 \text{ А}.$$

Система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} 0,4\varphi_1 - 0,2\varphi_2 - 0,1\varphi_3 = -3; \\ -0,2\varphi_1 + 0,37\varphi_2 - 0,1\varphi_3 = 1,33; \\ -0,1\varphi_1 - 0,1\varphi_2 + 0,3\varphi_3 = 3. \end{cases}$$

Решив данную систему уравнений с помощью программы Complex Matrix или электронных таблиц Excel, получаем значения потенциалов в узлах:

$$\varphi_1 = -1,82 \text{ В};$$

$$\varphi_2 = 5,71 \text{ В};$$

$$\varphi_3 = 11,3 \text{ В}.$$

После решения системы относительно потенциалов определяют токи в ветвях по закону Ома для участка цепи, содержащего ЭДС.

$$I_1 = \frac{\varphi_1}{R_1} = \frac{-1,82}{10} = -0,18 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{-\varphi_2 + E_2}{R_2} = \frac{-5,71 + 20}{15} = 0,95 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_1 - \varphi_3 + E_3}{R_3} = \frac{-1,82 - 11,3 + 30}{10} = 1,69 \text{ A};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{R_4} = \frac{11,3 - 5,71}{10} = 0,56 \text{ A};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{R_5} = \frac{5,71 - (-1,82)}{5} = 1,51 \text{ A};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_3}{R_6} = \frac{11,296}{10} = 1,13 \text{ A}.$$