

Задача 1. Рассчитать цепь рис.1, соединенную звездой с нулевым проводом, имеющую следующие параметры: $E_A = 220$ В, $f = 50$ Гц, $L_0 = 50$ мГн, $R_0 = 20$ Ом, $R_1 = 25$ Ом, $L_1 = 150$ мГн, $C_2 = 80$ мкФ, $R_3 = 70$ Ом.

Расчет токов в ветвях цепи

Комплексы действующих значений фазных ЭДС

$$\dot{E}_A = 220 \text{ В}, \dot{E}_B = 220e^{j240^\circ} = -110 - j190,52 \text{ В}, \dot{E}_C = 220e^{j120^\circ} = -110 + j190,52 \text{ В}.$$

Комплексные сопротивления фаз нагрузки

$$\underline{Z}_A = \frac{R_1 + j\omega L_1}{R_1 + j\omega L_1} = \frac{25 + j314 \cdot 150 \cdot 10^{-3}}{25 + j314 \cdot 150 \cdot 10^{-3}} = 22,01e^{j27,96^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_B = -j \frac{1}{\omega C_2} = -j \frac{1}{314 \cdot 80 \cdot 10^{-6}} = 39,8e^{-j90^\circ} \text{ Ом}; \underline{Z}_C = R_3 = 70 \text{ Ом}; \underline{Z}_0 = R_0 + j\omega L_0 =$$

$$= 20 + j314 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 20 + j15,7 = 25,43e^{j38,13^\circ} \text{ Ом}; \omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с}.$$

Напряжение между нейтральными точками 0 и 0'

$$\dot{U}_{00'} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_0} = \frac{220(0,045e^{-j27,96^\circ} + e^{j240^\circ} \cdot 0,025e^{j90^\circ} + e^{j120^\circ} \cdot 0,0143)}{0,087e^{-j13,24^\circ}} = 146,67e^{-j9,15^\circ} \text{ В},$$

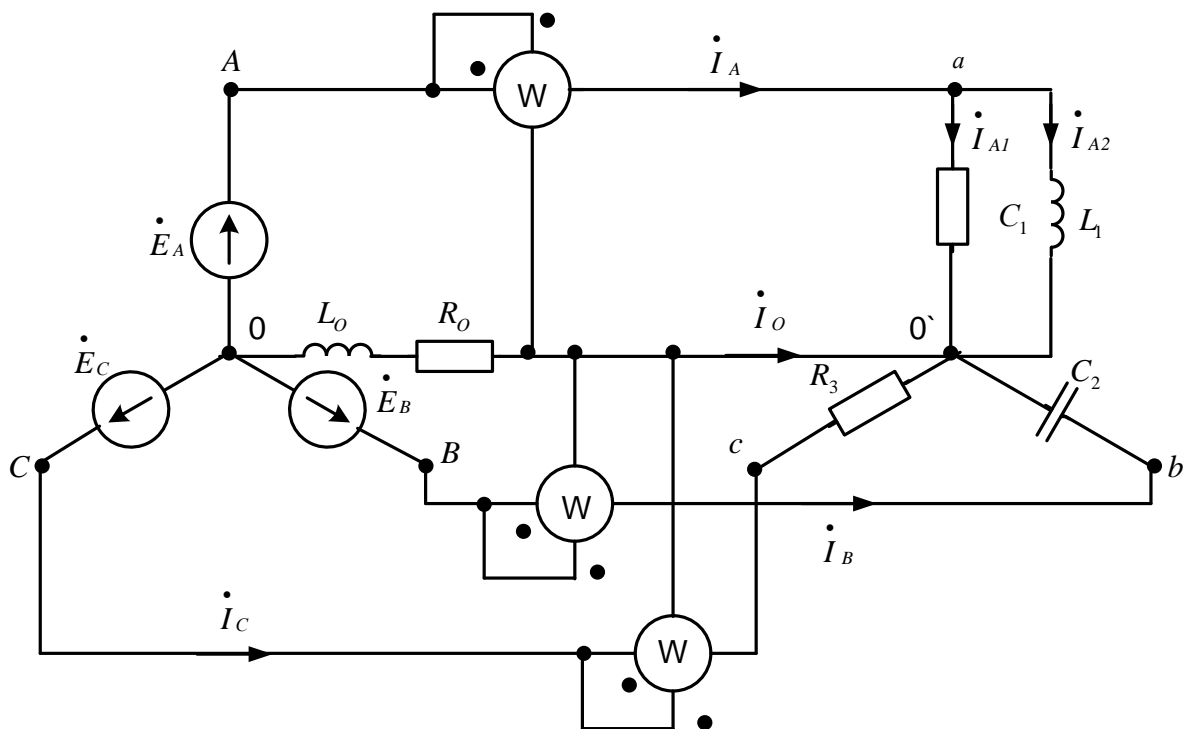


Рис. 1

где проводимости ветвей

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{22,01e^{j27,96^\circ}} = 0,045e^{-j27,96^\circ} = 0,04 - j0,021 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{39,8e^{-j90^\circ}} = 0,025e^{j90^\circ} = j0,025 \text{ См}; \quad \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} = \frac{1}{70} = 0,0143 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_0 = \frac{1}{\underline{Z}_0} = \frac{1}{25,43e^{j38,13^\circ}} = 0,039e^{-j38,13^\circ} = 0,031 - j0,024 \text{ См}.$$

Токи в линейных проводах и нулевом проводе

$$\dot{I}_A = (\dot{E}_A - \dot{U}_{0'0}) \underline{Y}_A = (220 - 146,67e^{-j9,15^\circ}) \cdot 0,045e^{-j27,96^\circ} = 3,54e^{-j10,73^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_B = (\dot{E}_B - \dot{U}_{0'0}) \underline{Y}_B = (220e^{j240^\circ} - 146,67e^{-j9,15^\circ}) \cdot 0,025e^{j90^\circ} = 7,62e^{-j56,73^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = (\dot{E}_C - \dot{U}_{0'0}) \underline{Y}_C = (220e^{j120^\circ} - 146,67e^{-j9,15^\circ}) \cdot 0,0143 = 4,75e^{j140^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{I}_A \underline{Z}_A}{R_1} = \frac{3,54e^{-j10,73^\circ} \cdot 22,01e^{j27,96^\circ}}{25} = 3,11e^{j17,23^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{I}_A \underline{Z}_A}{j\omega L_1} = \frac{3,54e^{-j10,73^\circ} \cdot 22,01e^{j27,96^\circ}}{314 \cdot 150 \cdot 10^{-3} \cdot e^{j90^\circ}} = 1,65e^{-j72,77^\circ} \text{ А};$$

$$\dot{I}_0 = -\dot{U}_{0'0} \underline{Y}_0 = -146,67e^{-j9,15^\circ} \cdot 0,039e^{-j38,13^\circ} = 5,72e^{-j72,77^\circ} \text{ А}.$$

Напряжения на фазах нагрузки, соединенной звездой abc

$$\dot{U}_a = \dot{E}_A - \dot{U}_{0'0} = 220 - 146,67e^{-j9,15^\circ} = 78,73e^{j17,23^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_b = \dot{E}_B - \dot{U}_{0'0} = 220e^{j240^\circ} - 146,67e^{-j9,15^\circ} = 304,76e^{j213,76^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_c = \dot{E}_C - \dot{U}_{0'0} = 220e^{j120^\circ} - 146,67e^{-j9,15^\circ} = 332e^{j140^\circ} \text{ В}.$$

Баланс мощностей

Комплексная мощность генератора

$$\underline{S}_\Gamma = P_\Gamma + jQ_\Gamma = \dot{E}_A^* \dot{I}_A + \dot{E}_B^* \dot{I}_B + \dot{E}_C^* \dot{I}_C = 220 \cdot 3,54e^{j10,73^\circ} + 220e^{j240^\circ} \cdot 7,62e^{j56,73^\circ} +$$

$$+ 220e^{j120^\circ} \cdot 4,75e^{-j140^\circ} = 3029,66e^{-j34,35^\circ} = 2501,18 - j1709,66 \text{ ВА},$$

где $\underline{S}_\Gamma = 3029,66 \text{ ВА}$, $P_\Gamma = 2501,18 \text{ Вт}$, $Q_\Gamma = -1709,66 \text{ вар}$ – полная, активная и реактивная мощности генератора.

Комплексная мощность нагрузки

$$\underline{S}_H = P_H + jQ_H = I_A^2 \underline{Z}_A + I_B^2 \underline{Z}_B + I_C^2 \underline{Z}_C + I_0^2 \underline{Z}_0 = 3,54^2 \cdot 22,01e^{j27,96^\circ} + 7,62^2 \cdot 39,8e^{-j90^\circ} + 4,75^2 \cdot 70 +$$

$$+ 5,72^2 \cdot 25,43e^{j38,13^\circ} = 2477,48 - j1667,9 = 2986,6e^{-j33,95^\circ} \text{ ВА},$$

где $\underline{S}_H = 2986,6 \text{ ВА}$, $P_H = 2477,48 \text{ Вт}$, $Q_H = -1667,9 \text{ вар}$ – полная, активная, и реактивная мощности нагрузки.

Таким образом

$$S_\Gamma \approx S_H; P_\Gamma \approx P_H; Q_\Gamma \approx Q_H,$$

что подтверждает правильность выполненного расчета.

Активная мощность нагрузки, соединенной звездой *abc*

Активная мощность нагрузки P_n , соединенной звездой *abc*, равна сумме показаний ваттметров P_A, P_B, P_C

$$P_A = \operatorname{Re}(\dot{U}_a I_A^*) = \operatorname{Re}(78,73e^{j17,23^\circ} \cdot 3,54e^{-j10,73^\circ}) = \operatorname{Re}(278,70e^{j27,96^\circ}) = 246,17 \text{ Вт};$$

$$P_B = \operatorname{Re}(\dot{U}_b I_B^*) = \operatorname{Re}(304,76e^{j213,76^\circ} \cdot 7,62e^{-j56,73^\circ}) = \operatorname{Re}(2322,27e^{j270,49^\circ}) \approx 0 \text{ Вт};$$

$$P_C = \operatorname{Re}(\dot{U}_c I_C^*) = \operatorname{Re}(332e^{j140^\circ} \cdot 4,75e^{-j140^\circ}) = 1577 \text{ Вт};$$

$$P_n = P_A + P_B + P_C = 246,17 + 0 + 1577 = 1823,77 \text{ Вт}.$$

Потенциальная диаграмма напряжений, совмещенная с векторной диаграммой токов

Выбираем масштабы напряжений и токов $m_U = 50 \text{ В/см}$, $m_I = 2 \text{ А/см}$. Примем потенциал точки 0 равным нулю. По методике, изложенной выше и в [1,4], строим потенциальную диаграмму напряжений, совмещенную с векторной диаграммой токов (рис. 2). Она выражает уравнения, составленные для цепи на основании законов Кирхгофа в комплексной форме. Линейные токи и ток в нулевом проводе связаны первым законом Кирхгофа

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = -\dot{I}_O.$$

Линейные напряжения

$$\dot{U}_{AB} = \dot{E}_A - \dot{E}_B = 220 - 220e^{j240^\circ} = 380e^{j30^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{E}_B - \dot{E}_C = 220e^{j240^\circ} - 220e^{j120^\circ} = 380e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{E}_C - \dot{E}_A = 220e^{j120^\circ} - 220 = 380e^{j150^\circ} \text{ В}.$$

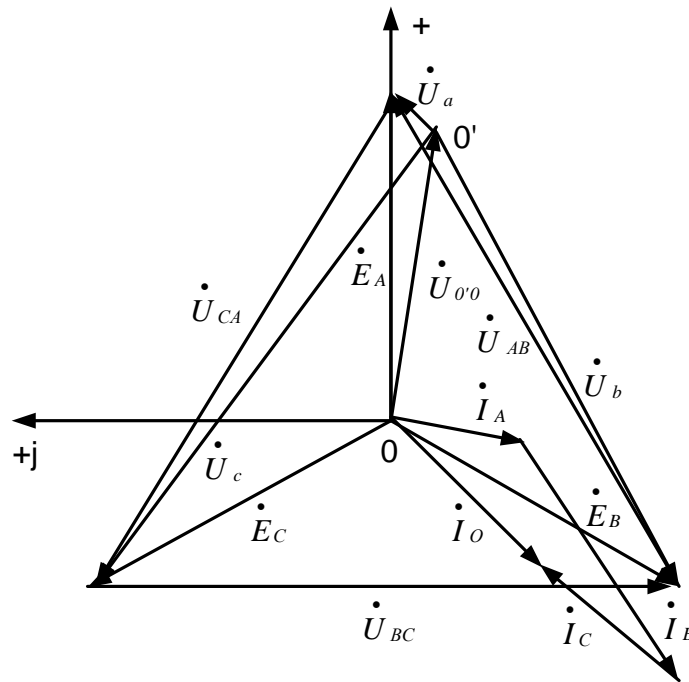


Рис. 2

Задача 2. Рассчитать трехфазную цепь рис. 3, в которой нагрузка соединена треугольником. Схема имеет следующие параметры: $E_A = 127$ В, $f = 50$ Гц, $R_1 = 20$ Ом, $C_1 = 50$ мкФ, $R_2 = 30$ Ом, $L_2 = 50$ мГн, $L_3 = 70$ мГн.

Расчет токов в ветвях цепи

Комплексы действующих значений фазных ЭДС

$$\dot{E}_A = 127 \text{ В}, \quad \dot{E}_B = 127e^{j240^\circ} = -63,5 - j110 \text{ В}, \quad \dot{E}_C = 127e^{j120^\circ} = -63,5 + j110 \text{ В}.$$

Линейные напряжения

$$\dot{U}_{AB} = \dot{E}_A - \dot{E}_B = 127 - 127e^{j240^\circ} = 220e^{j30^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{E}_B - \dot{E}_C = 127e^{j240^\circ} - 127e^{j120^\circ} = 220e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{E}_C - \dot{E}_A = 127e^{j120^\circ} - 127 = 220e^{j150^\circ} \text{ В}.$$

Комплексные сопротивления фаз нагрузки

$$\underline{Z}_{AB} = R_1 - j \frac{1}{\omega C} = 20 - j \frac{1}{314 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = 20 - j63,69 = 66,76e^{-j72,57^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{BC} = R_2 + j\omega L_2 = 30 + j314 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 30 + j15,7 = 33,86e^{j27,62^\circ} \text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_{CA} = R_3 + j\omega L_3 = 40 + j314 \cdot 70 \cdot 10^{-3} = 40 + j21,98 = 45,64e^{j28,79^\circ} \text{ Ом}.$$

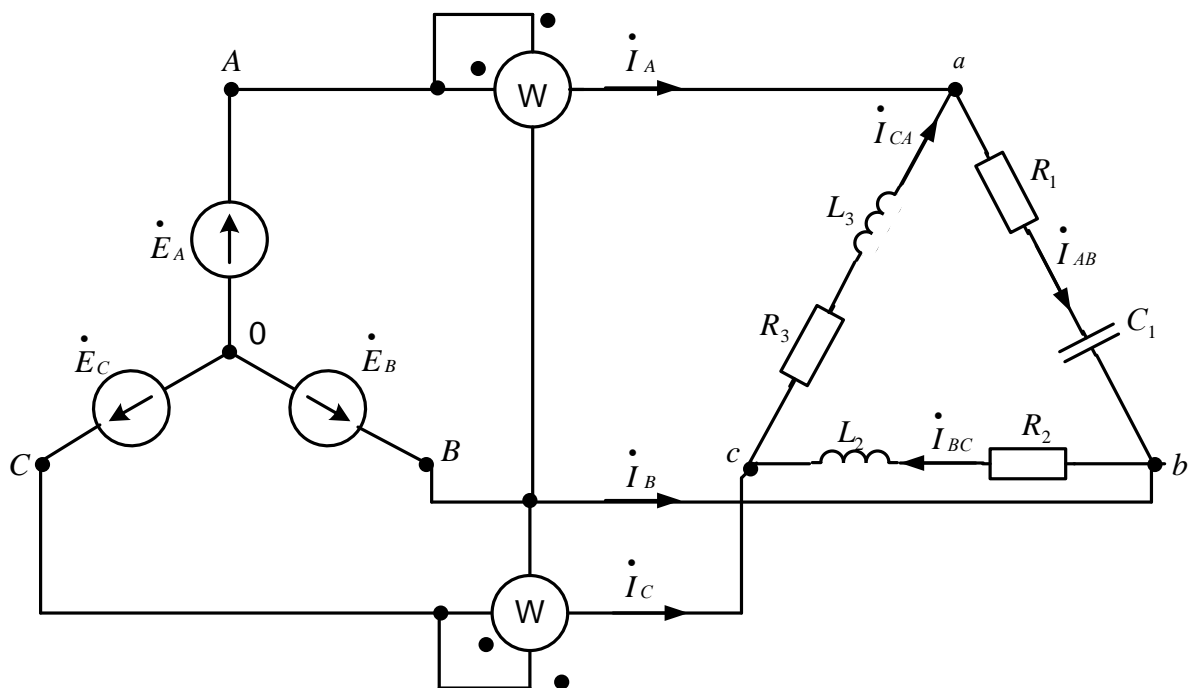


Рис. 3

Фазные токи нагрузки

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{220 e^{j30^\circ}}{66,76 e^{-j72,57^\circ}} = 3,3 e^{j102,57^\circ} = -0,67 + j3,22 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{220 e^{-j90^\circ}}{33,86 e^{j27,62^\circ}} = 6,5 e^{-j117,62^\circ} = -3,01 - j5,76 \text{ A};$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = \frac{220 e^{j150^\circ}}{45,64 e^{j28,79^\circ}} = 4,82 e^{j121,21^\circ} = -2,5 + j4,12 \text{ A}.$$

Линейные токи определяются по первому закону Кирхгофа в комплексной форме

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA} = 1,83 - j0,9 = 2,04 e^{-j26,19^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB} = -2,34 - j8,98 = 9,27 e^{-j104,61^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} = 0,51 + j9,88 = 9,89 e^{j87,04^\circ} \text{ A}.$$

Баланс мощностей

Комплексная мощность генератора

$$\underline{S}_Г = P_Г + jQ_Г = \dot{E}_A I_A^* + \dot{E}_B I_B^* + \dot{E}_C I_C^* = 127 \cdot 2,04e^{j26,19^\circ} + 127e^{j240^\circ} \cdot 9,27e^{j104,61^\circ} + 127e^{j120^\circ} \cdot 9,89e^{-j87,04^\circ} = 2421,42 + j485,25 = 2469,56e^{j11,33^\circ} \text{ ВА,}$$

где $\underline{S}_Г = 2469,55 \text{ ВА}$, $P_Г = 2421,42 \text{ Вт}$, $Q_Г = 485,25 \text{ вар}$ – полная, активная, реактивная мощности генератора.

Комплексная мощность нагрузки

$$\underline{S}_Н = P_Н + jQ_Н = I_{AB}^2 \underline{Z}_{AB} + I_{BC}^2 \underline{Z}_{BC} + I_{CA}^2 \underline{Z}_{CA} = 3,3^2 \cdot 66,76e^{-j72,57^\circ} + 6,5^2 \cdot 33,86e^{j27,62^\circ} + 4,82^2 \cdot 45,64e^{j28,79^\circ} = 2414,59 + j480,25 = 2461,89e^{j11,24^\circ} \text{ ВА,}$$

где $\underline{S}_Н = 2461,89 \text{ ВА}$, $P_Н = 2414,59 \text{ Вт}$, $Q_Н = 480,25 \text{ вар}$ – полная, активная, и реактивная мощности нагрузки.

Таким образом

$$S_Г \approx S_Н; P_Г \approx P_Н; Q_Г \approx Q_Н,$$

что подтверждает правильность выполненного расчета.

Активная мощность нагрузки, соединенной треугольником *abc*

Активная мощность нагрузки $P_Н$, соединенной треугольником *abc*, равна алгебраической сумме показаний ваттметров P_A, P_C

$$P_A = \text{Re}(\dot{U}_{AB} I_A^*) = \text{Re}(220e^{j30^\circ} \cdot 2,04e^{j26,19^\circ}) = 249,73 \text{ Вт};$$

$$P_C = \text{Re}(\dot{U}_{CB} I_C^*) = \text{Re}(220e^{j90^\circ} \cdot 9,89e^{-j87,04^\circ}) = 2172,9 \text{ Вт};$$

$$P_Н = P_A + P_C = 249,73 + 2172,9 = 2422,63 \text{ Вт.}$$

Потенциальная диаграмма напряжений, совмещенная с векторной диаграммой токов

Выбираем масштабы напряжений и токов $m_U = 25 \text{ В/см}$, $m_I = 2 \text{ А/см}$.

Примем потенциал точки О равным нулю. Строим потенциальную диаграмму напряжений, совмещенную с векторной диаграммой токов (рис. 4). Она выражает законы Кирхгофа в комплексной форме

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA};$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB};$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC};$$

$$\dot{U}_{AB} = \dot{E}_A - \dot{E}_B;$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{E}_B - \dot{E}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{E}_C - \dot{E}_A.$$

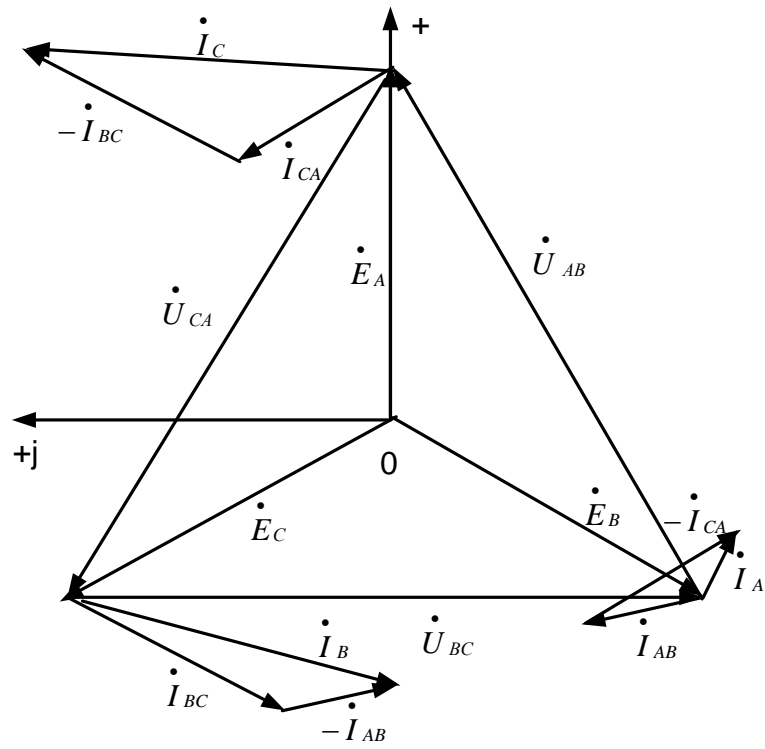


Рис. 4