

Рассчитать полосового фильтра с характеристикой Чебышева

известны границы полосы пропускания -

$$f_{1H} = 2.925 \times 10^4 \text{ Гц} \quad f_{1B} = 4.15 \times 10^4 \text{ Гц}$$

верхняя граничная частота полосы непропускания - $f_{2B} = 5.15 \times 10^4 \text{ Гц}$

ослабление в полосе пропускания не более - $\Delta A = 0.75 \text{ Дб}$

ослабление в полосе непропускания не менее - $A_s = 34.5 \text{ Дб}$

Сопротивления нагрузок фильтра $R_1 = 1.2 \times 10^4 \text{ Ом}$

$$R_2 = 1.2 \times 10^4 \text{ Ом}$$

$\Delta f := f_{1B} - f_{1H}$ - полоса пропускания

$f_0 := \sqrt{f_{1H} \cdot f_{1B}}$ - средняя частота полосы пропускания

1. Расчёт порядка фильтра N.

Средняя геометрическая частота ПФ:

$$f_0 = 3.484 \times 10^4 \text{ Гц}$$

Нижняя граничная частота полосы непропускания:

$$f_{2H} := \frac{f_0^2}{f_{2B}}$$

$$f_{2H} = 2.357 \times 10^4 \text{ Гц}$$

$\epsilon_2 := 10^{0.1 \cdot \Delta A} - 1$ - квадрат коэффициента неравномерности

$$\epsilon_2 = 0.189$$

$$\epsilon := \sqrt{\epsilon_2}$$

С помощью частотного преобразования элементов и характеристик ПФ пересчитываем его в фильтр-прототип НЧ. Коэффициент преобразования ширины полосы пропускания ПФ в фильтр-прототип НЧ:

$$k := \frac{f_0}{f_{1B} - f_{1H}}$$

$$k = 2.844$$

Нормированная частота ФПНЧ:

$$\Omega_2 := k \cdot \left(\frac{f_{2B}}{f_0} - \frac{f_0}{f_{2B}} \right)$$

$$\Omega_2 = 2.28$$

Порядок фильтра-прототипа N

$$N := \text{ceil} \left[\frac{\text{acosh} \left[\sqrt{\frac{10^{0.1 \cdot A_s} - 1}{10^{0.1 \cdot \Delta A} - 1}} \right]}{\text{acosh}(\Omega_2)} \right]$$

$$N = 4$$

2. Определение нормированных элементов ФНЧ-прототипа.

2.1. Определение корней характеристического уравнения (полюсов передаточной функции H(s))

$$k := 1, 2, \dots, 2N$$

Корни с индексами, большими N, определять не надо:

$$k_1 := \sqrt[2N]{\frac{10^{0.05 \cdot \Delta A} + 1}{10^{0.05 \cdot \Delta A} - 1}}$$

$$k_1 = 1.481$$

$$k2 := \frac{1}{k1}$$

$$j := \sqrt{-1}$$

$$sC(k) := \frac{k2 - k1}{2} \cdot \sin\left[\frac{(2k - 1) \cdot \pi}{2N}\right] + j \cdot \left[\frac{k2 + k1}{2} \cdot \cos\left[\frac{(2k - 1) \cdot \pi}{2N}\right]\right]$$

$$sC(k) =$$

-0.154+0.996i
-0.372+0.413i
-0.372-0.413i
-0.154-0.996i
0.154-0.996i
0.372-0.413i
0.372+0.413i
0.154+0.996i

$$sC1 := sC(1) \quad sC2 := sC(2) \quad sC3 := sC(3) \quad sC4 := sC(4)$$

Выбираем корни с отрицательной реальной составляющей в порядке убывания мнимой части (с учётом знака):

В матрицу-столбец sChA размером 10 записываем значения корней:

$$k := 1..10$$

$$sChA(k) := \begin{cases} sC(k) & \text{if } k \leq N \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$sChA(k) =$$

-0.154+0.996i
-0.372+0.413i
-0.372-0.413i
-0.154-0.996i
0
0
0
0
0
0

2.2. Определение коэффициентов полинома знаменателя передаточной функции H(s) по его корням

Обозначим рабочую передаточную функцию: $H(s)=w(s)/h(s)$.

$w(s)$ - полином чётной степени (для ФНЧ - нулевой: $w(s)=const$),

$v(s)$ - полином Гурвица.

- Записываем произведение сомножителей, содержащих корни.

$$(sC - sC1) \cdot (sC - sC2) \cdot (sC - sC3) \cdot (sC - sC4)$$

$$B := \begin{pmatrix} sC1 \cdot sC2 \cdot sC3 \cdot sC4 \\ -sC2 \cdot sC3 \cdot sC4 - sC1 \cdot sC3 \cdot sC4 - sC1 \cdot sC2 \cdot sC4 - sC1 \cdot sC2 \cdot sC3 \\ sC3 \cdot sC4 + sC2 \cdot sC4 + sC2 \cdot sC3 + sC1 \cdot sC4 + sC1 \cdot sC3 + sC1 \cdot sC2 \\ -sC4 - sC3 - sC2 - sC1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$m := 0..N$$

$$b_m := B_m$$

$$b = \begin{pmatrix} 0.314 \\ 0.852 \\ 1.555 \\ 1.053 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$H_{\text{chebB}}(s) := \frac{b_0}{s^4 \cdot b_4 + s^3 \cdot b_3 + s^2 \cdot b_2 + s \cdot b_1 + b_0}$$

2.3. Определение функции входного сопротивления нормированной схемы ФНЧ-прототипа.

Функция фильтрации: $F(s)=f(s)/w(s)$

$w(s) := 1$ для ФНЧ

$f(s)$ полинома Чебышева

Можно найти функцию фильтрации по таблице О.15.3 в Задачнике по ТЛЭЦ (М.Р. Шебес, М.В. Каблукова)

Функция фильтрации для ФНЧ Чебышёва 4 порядка:

$$f(s) := s^4 + s^2 + 0.125$$

$$bf := \begin{pmatrix} 0.125 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Поскольку порядок ФНЧ Чебышёва в общем случае может быть больше 3, запишем полином знаменателя порядка = 10. Неиспользуемые коэффициенты равны 0.

$$T_{\text{cheb}}(s) := \frac{1}{(s^{10} \cdot b_{10} + s^9 \cdot b_9 + s^8 \cdot b_8 + s^7 \cdot b_7 + s^6 \cdot b_6 + s^5 \cdot b_5 + s^4 \cdot b_4 + s^3 \cdot b_3 + s^2 \cdot b_2 + s \cdot b_1 + b_0)}$$

Полином Гурвица $h(s)$:

$$h(s) := s^{10} \cdot b_{10} + s^9 \cdot b_9 + s^8 \cdot b_8 + s^7 \cdot b_7 + s^6 \cdot b_6 + s^5 \cdot b_5 + s^4 \cdot b_4 + s^3 \cdot b_3 + s^2 \cdot b_2 + s \cdot b_1 + b_0$$

Для фильтра 4-го порядка:

$$h(s) := s^4 \cdot b_4 + s^3 \cdot b_3 + s^2 \cdot b_2 + s \cdot b_1 + b_0$$

Вычисляем нормированное входное сопротивление по формуле, где

$r1=1$ - нормированное значение внутреннего сопротивления генератора:

$$r1 := 1$$

$$Z_{\text{BX}}(s) := r1 \cdot \frac{h(s) + f(s)}{h(s) - f(s)}$$

$$Z_{\text{BX}}(s) := \frac{s^4 \cdot b_4 + s^3 \cdot b_3 + s^2 \cdot b_2 + s \cdot b_1 + b_0 + (s^4 + s^2 + 0.125)}{s^4 \cdot b_4 + s^3 \cdot b_3 + s^2 \cdot b_2 + s \cdot b_1 + b_0 - (s^4 + s^2 + 0.125)}$$

$$b_{\text{num}} := b + bf$$

- полином числителя

$$b_{\text{num}} = \begin{pmatrix} 0.439 \\ 0.852 \\ 2.555 \\ 1.053 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$b_{\text{den}} := b - bf \text{ - полином знаменателя}$$

$$b_{den} = \begin{pmatrix} 0.189 \\ 0.852 \\ 0.555 \\ 1.053 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Для определения нормированных параметров элементов схемы ФНЧ разложим полученное выражение в цепную дробь.

2.4. Определение нормированных параметров элементов ФНЧ-прототипа.

$m := 0..N - 1$

$del_m := 0$

$ost_m := 0$

$des_m := 0$

$zn_m := 0$

$dell_m := 0$

$el_m := 0$

$desl_m := 0$

$e_m := 0$

```

el := | zn ← bden
      | del ← bnum
      | for i ∈ 0..N - 1
      | | e_i ← del_{N-i} / zn_{N-1-i}
      | | des ← e_i · zn
      | | for k ∈ 1..N
      | | | desl_k ← des_{k-1}
      | | | desl_0 ← 0
      | | | ost ← del - desl
      | | | del ← zn
      | | | zn ← ost
      | | for i ∈ N..N
      | | | desl_0 ← 1
      | | | zn_0 ← 1
      | | | e_i ← del_0 / zn_0
      | | | des ← e_i · zn
      | | | desl ← des
      | | | ost ← del - desl
      | e

```

$$el = \begin{pmatrix} 1.899 \\ 1.124 \\ 2.612 \\ 0.817 \\ 0.439 \end{pmatrix}$$

- это нормированные параметры элементов ФНЧ, начиная с реактивного элемента, подключённого к генератору, и заканчивая нормированным параметром сопротивления нагрузки:

2.5. Схема с нормированными параметрами элементов ФНЧ-прототипа.

В результате вычислений получены нормированные параметры элементов схемы ФНЧ-прототипа: (рис. 1).

К входным зажимам схемы подключён источник напряжения.

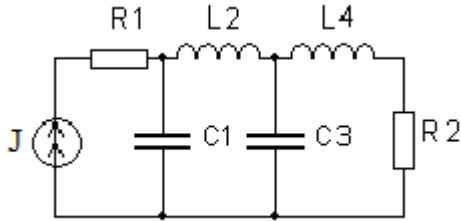
$$c1 := e_{l_0}$$

$$l2 := e_{l_1}$$

$$c3 := e_{l_2}$$

$$l4 := e_{l_3}$$

$$r2 := e_{l_4}$$



$$Y_{BX}(s) := c1 \cdot s + \frac{1}{l2 \cdot s + \frac{1}{c3 \cdot s + \frac{1}{l4 \cdot s + \frac{1}{r2}}}}$$

3. Определение нормированных параметров элементов ПФ с помощью частотного преобразования.

От схемы ФПНЧ переходим к схеме ПФ путем замены каждого индуктивного элемента "l" последовательным соединением индуктивного "k*l" и емкостного "1/(k*l)" элементов, и каждого емкостного элемента "c" - параллельным соединением емкости "k*c" и индуктивности "1/(k*c)".

Нормированные параметры элементов:

$$k := \frac{f_0}{f_{1B} - f_{1H}}$$

$$k = 2.844$$

$$c1 := e_{l_0} \cdot k$$

$$l1 := \frac{1}{c1} \quad c1 = 5.4 \quad l1 = 0.185 \quad l2 := e_{l_1} \cdot k \quad c2 := \frac{1}{l2} \quad l2 = 3.198 \quad c2 = 0.313 \quad c3 := e_{l_2} \cdot k \quad l3 := \frac{1}{c3} \quad c3 = 7.43 \quad l3 = 0.135 \quad l4 := e_{l_3} \cdot k$$

$$c4 := \frac{1}{l4} \quad l4 = 2.324 \quad c4 = 0.43$$

Схема ПФ представлена на рисунке 2.

4. Истинные значения параметров элементов фильтра.

$$kl := \frac{R2}{2\pi \cdot f_0}$$

$$kc := \frac{1}{2\pi \cdot f_0 \cdot R2}$$

$$kl := 0.01 \quad kc := 1.592 \cdot 10^{-8}$$

$$C1 := c1 \cdot kc \quad L1 := l1 \cdot kl \quad L2 := l2 \cdot kl \quad C2 := c2 \cdot kc \quad C3 := c3 \cdot kc \quad L3 := l3 \cdot kl \quad L4 := l4 \cdot kl \quad C4 := c4 \cdot kc$$

$$C1 = 8.597 \times 10^{-8} \text{ Ф} \quad L1 = 2.963 \times 10^{-3} \text{ Гн} \quad L2 = 0.051 \text{ Гн} \quad C2 = 4.979 \times 10^{-9} \text{ Ф} \quad C3 = 1.183 \times 10^{-7} \text{ Ф} \quad L3 = 2.153 \times 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$L4 = 0.037 \text{ Гн} \quad C4 = 6.85 \times 10^{-9} \text{ Ф} \quad C1 = 74.0 \text{ нФ} \quad L1 = 3.435 \text{ мГн} \quad L2 = 53.65 \text{ мГн} \quad C2 = 4.747 \text{ нФ}$$

$$C3 = 110.5 \text{ нФ} \quad L3 = 2.305 \text{ мГн} \quad L4 = 53.65 \text{ мГн} \quad C4 = 4.747 \text{ нФ}$$

5. Расчет ослабления при частотах f_0 , f_{1H} , f_{1B} , f_{2B} , $1.5 f_{2B}$, $2 f_{2B}$

Кривая ослабления в зависимости от частоты

Расчётные формулы для диапазонов частот полос пропускания и непропускания:

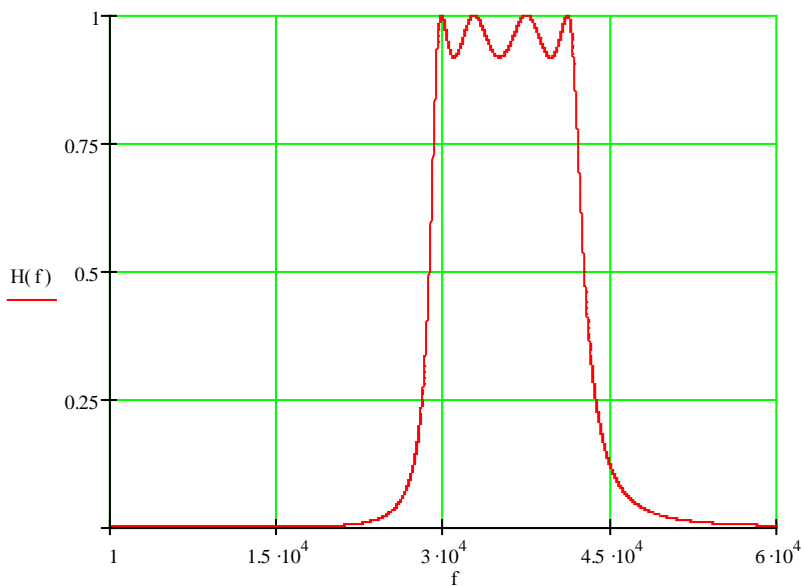
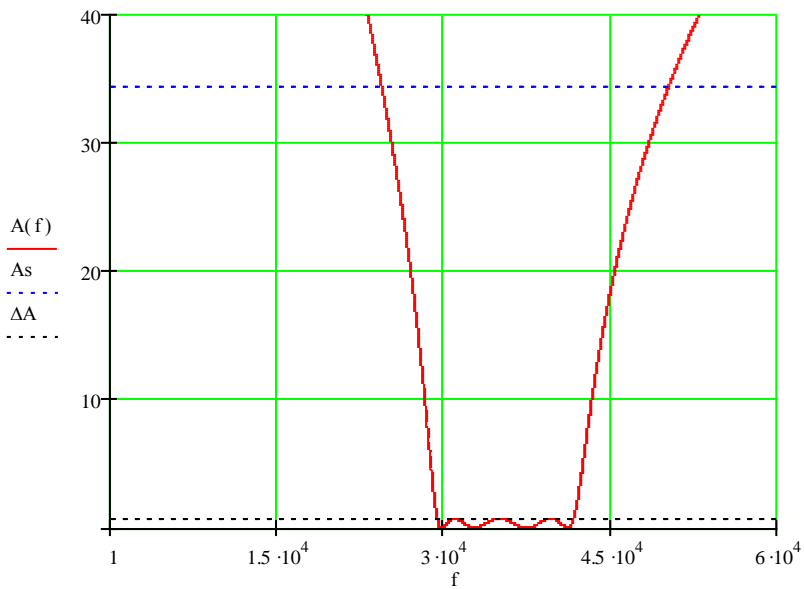
$$\Omega_s(f) := k \cdot \left(\frac{f_0}{f} - \frac{f}{f_0} \right)$$

$$T_n(f) := \cos\left(\sqrt{-1} \cdot N \cdot \ln\left(\Omega_s(f) + \sqrt{\Omega_s(f)^2 - 1}\right)\right)$$

$$A(f) := 10 \cdot \log\left[1 + \left(10^{0.1 \cdot \Delta A} - 1\right) \cdot T_n(f)^2\right]$$

$$H(f) := 10^{-\frac{A(f)}{20}}$$

$$f := 1, 20..160020$$



$$A(f_{2H}) = 37.644 \text{ дБ}$$

$$A(f_{1H}) = 0.75 \text{ дБ}$$

$$A(f_0) = 0.75 \text{ дБ}$$

$$A(f_{1B}) = 0.75 \text{ дБ}$$

$$A(f_{2B}) = 37.644 \text{ дБ}$$

